



关注微信公众号【神灯考研】，获取更多考研资源！

金榜时代®
GLISTIME 明德·弘毅·惟精 11

金榜时代考研数学系列 | V研客及全国各大考研培训学校指定用书

线性代数辅导讲义

学霸养成笔记与
高分提档严选题

主编◎李永乐(清华大学)

与《数学基础过关660题》《数学强化通关330题》配合使用，效果更佳

微信公众号【神灯考研】

讲义配套练习

题目严扣知识点

重点题型详细解析

检验自身学习水平

可衍生各类型试题

通透易懂

微信公众号：神灯考研

客服微信：KYFT104

QQ群：118105451

关注微信公众号【神灯考研】，获取更多考研资源！

听课方法：扫码咨询助教领取课程优惠券



刘喜波



王安



李永乐



300+课时全程直播+纸质教材包邮送到家

名师大咖倾囊相授 0基础直达目标

李永乐2023考研独家直播课



工作日 9:00-18:00

有问必答，无忧畅学

社群答疑



清华李永乐考研数学辅导团队

微博全年定时在线答疑

在线答疑

正版图书增值服务专享礼包

李永乐2023考研图书体系

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

金榜时代

QQ群：118105451

客服微信：KYFT104

微信公众号：神灯考研

关注微信公众号【神灯考研】，获取更多考研资源！



金榜时代
GLISTIME 明德·弘毅·惟精

金榜时代考研数学系列 | V研客及全国各大考研培训学校指定用书

线性代数辅导讲义

学霸养成笔记与
高分提档严选题

主编 © 李永乐 (清华大学)

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

中国农业出版社
CHINA AGRICULTURE PRESS

微信公众号：神灯考研

客服微信：KYFT104
·北京·

QQ群：118105451



第一章	行列式	1
第二章	矩阵	13
第三章	n 维向量	23
第四章	线性方程组	34
第五章	特征值与特征向量	44
第六章	二次型	54
附录	45 分钟水平测试	64

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

第一章 行列式

一、填空题

刷题纯享版，答案与提示见讲义正文

(1)
$$\begin{vmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ -1 & 1-a & a & 0 \\ 0 & -1 & 1-a & a \\ 0 & 0 & -1 & 1-a \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

 答题区

 纠错区

(2)
$$\begin{vmatrix} x & -1 & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & 0 \\ 0 & 0 & x & -1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(3)(2019,2) 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, A_{ij} 表示 $|A|$ 中 (i,j) 元的代数余

子式, 则 $A_{11} - A_{12} =$ _____.

 答题区

 纠错区

(4) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ -1 & 0 & 3 & \cdots & n \\ -1 & -2 & 0 & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 \end{vmatrix} =$ _____.

 答题区

 纠错区

(5) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{vmatrix} =$ _____.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

$$(6) \begin{vmatrix} a_1 + b & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 + b & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 & a_3 + b & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n + b \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

 答题区

 纠错区

$$(7) \text{ 设 } A, B \text{ 均为 } n \text{ 阶矩阵, } |A| = 2, |B| = -3, \text{ 则 } |2A^* B^T| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

 答题区

 纠错区

$$(8) \text{ 设 } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \text{ 均为 } 3 \text{ 维列向量, 记矩阵 } A = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3], B = [\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + 2\alpha_2 + 4\alpha_3, \alpha_1 + 3\alpha_2 + 9\alpha_3]. \text{ 如果 } |A| = 1, \text{ 那么 } |B| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

二、选择题

(1) 四阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}$ 的值等于

(A) $a_1 a_2 a_3 a_4 - b_1 b_2 b_3 b_4$.

(B) $a_1 a_2 a_3 a_4 + b_1 b_2 b_3 b_4$.

(C) $(a_1 a_2 - b_1 b_2)(a_3 a_4 - b_3 b_4)$.

(D) $(a_2 a_3 - b_2 b_3)(a_1 a_4 - b_1 b_4)$.

 答题区

 纠错区

(2) $\alpha, \beta, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 均为 4 维列向量, $|A| = |\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3| = 5$, $|B| = |\beta, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3| = -1$, 则 $|A + B| =$

(A) 4.

(B) 6.

(C) 32.

(D) 48.

 答题区

 纠错区

(3) 已知 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta, \gamma$ 均为 4 维列向量, 若 4 阶行列式 $|\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma| = a$, $|\beta + \gamma, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3| = b$, 那么 4 阶行列式 $|2\beta, \alpha_3, \alpha_2, \alpha_1| =$

(A) $2a - b$.

(B) $2b - a$.

(C) $-2a - 2b$.

(D) $-2a + 2b$.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(4) 设 A 为 n 阶矩阵, 则行列式 $|A| = 0$ 的必要条件是

- (A) A 的两行元素对应成比例.
- (B) A 中必有一行为其余各行的线性组合.
- (C) A 中有一列元素全为 0.
- (D) A 中任一列均为其余各列的线性组合.

 答题区

 纠错区

三、解答题

(1) 求 x 的值

$$(A) \begin{vmatrix} x-1 & 1 & 2 \\ 1 & x-5 & 0 \\ 2 & 0 & x-5 \end{vmatrix} = 0;$$

$$(B) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & x & 3 & 1 \\ 3 & 3 & x & 6 \\ 4 & 4 & 6 & x \end{vmatrix} = 0.$$

 答题区

(2) 已知 A 是 n 阶矩阵, 满足 $A^2 = E, A \neq E$, 证明 $|A + E| = 0$.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



(3) 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $n \times m$ 矩阵, 证明当 $m > n$, 必有行列式 $|AB| = 0$.

 答题区

(4) 已知 a, b, c 不全为零, 证明齐次方程组

$$\begin{cases} ax_2 + bx_3 + cx_4 = 0, \\ ax_1 + x_2 = 0, \\ bx_1 + x_3 = 0, \\ cx_1 + x_4 = 0 \end{cases}$$

只有零解.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

一、学霸小结

自己总结本章所学的知识、方法与技巧,形成结构,既可巩固所学知识,又可培养独立思考分析问题的能力,养成学以致用的好习惯。

1.

2.

3.

4.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

5.

6.

7.

8.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



综合分析哪些题做得比较好,哪些题存在失误。对错题进行归类,有针对性地进行纠错。

类型 2	缺失数学思维 方法运用不灵活
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

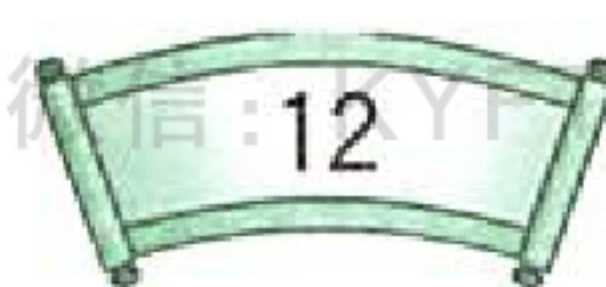
类型 3	审题不清 不能正确理解题意
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



类型 4	运算能力弱 表述不清
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



第二章 矩阵

一、填空题

刷题纯享版，答案与提示见讲义正文

(1) 已知 A 是 3 阶矩阵，且所有元素都是 -1 ，则 $A^4 + 2A^3 =$ _____.

 答题区

 纠错区

(2) 设 A 是 n 阶矩阵，满足 $(A - E)^3 = (A + E)^3$ ，则 $(A - 2E)^{-1} =$ _____.

 答题区

 纠错区

(3) 已知 $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 2 & a & 3 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ， B 是 3 阶非零矩阵，且 $AB = O$ ，则 $a =$ _____.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(4) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, E 为 2 阶单位矩阵, 矩阵 B 满足 $BA = B + 2E$, 则 $B =$ _____.

 答题区

 纠错区

(5) 设 A 是 3 阶矩阵, A^* 是 A 的伴随矩阵, 若 $|A| = 4$, 则 $\left| A^* - \left(\frac{1}{2}A \right)^{-1} \right| =$ _____.

 答题区

 纠错区

二、选择题

(1) 设 A 是任一 $n (n \geq 3)$ 阶方阵, A^* 是其伴随矩阵, 又 k 为常数, 且 $k \neq 0, \pm 1$, 则必有 $(kA)^* =$

(A) kA^* .

(B) $k^{n-1}A^*$.

(C) $k^n A^*$.

(D) $k^{-1}A^*$.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(2) A, B 均为 n 阶矩阵, $AB = O$, 且 $B \neq O$, 则必有

(A) $(A+B)^2 = A^2 + B^2$.

(B) $|B| \neq 0$.

(C) $|B^*| \neq 0$.

(D) $|A^*| = 0$.

 答题区

 纠错区

(3) 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & a & a & a \\ a & 1 & a & a \\ a & a & 1 & a \\ a & a & a & 1 \end{bmatrix}$, 若 A 的伴随矩阵 A^* 的秩为 1, 则 $a =$

(A) 1.

(B) -1.

(C) $-\frac{1}{3}$.

(D) 3.

 答题区

 纠错区

三、解答题

(1) 设 A 是 n 阶矩阵, 若 $(A+E)^m = O$, 证明矩阵 A 可逆.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(2) 设 B 是 $m \times n$ 矩阵, BB^T 可逆, $A = E - B^T(BB^T)^{-1}B$, 其中 E 是 n 阶单位矩阵.

证明: (I) $A^T = A$;

(II) $A^2 = A$.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

一、学霸小结

自己总结本章所学的知识、方法与技巧,形成结构,既可巩固所学知识,又可培养独立思考分析问题的能力,养成学以致用的好习惯。

1.

2.

3.

4.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

5.

6.

7.

8.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



二、错题分类

综合分析哪些题做得比较好,哪些题存在失误。对错题进行归类,有针对性地进行纠错。

类型 1	概念模糊 知识不清 未能掌握
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



类型 2	缺失数学思维 方法运用不灵活
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

类型 3	审题不清 不能正确理解题意
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



类型 4	运算能力弱 表述不清
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

第三章 n 维向量

一、填空题

刷题纯享版，答案与提示见讲义正文

(1) 向量 $\alpha_1 = (1, 4, 2)^T, \alpha_2 = (2, 7, 3)^T, \alpha_3 = (0, 1, a)^T$ 可以表示任一个 3 维向量, 则 a 的取值为_____.

 答题区

 纠错区

(2) 已知向量组 $\alpha_1 = (1, 3, 2, a)^T, \alpha_2 = (2, 7, a, 3)^T, \alpha_3 = (0, a, 5, -5)^T$ 线性相关, 则 $a =$ _____.

 答题区

 纠错区

(3) 向量组 $\alpha_1 = (1, 3, 6, 2)^T, \alpha_2 = (2, 1, 2, -1)^T, \alpha_3 = (1, -1, a, -2)^T$ 的秩为 2, 则 $a =$ _____.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(4) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为线性无关的 3 维列向量组, 则向量组 $A\alpha_1, A\alpha_2,$

$A\alpha_3$ 的秩为_____.

 答题区

 纠错区

(5) 已知 n 阶矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$, 则秩 $r(A^2 - A) =$ _____.

 答题区

 纠错区

(6) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & b \\ 2 & a & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$, 若 $r(A) = 3$, 则 a, b 满足条件_____.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

二、选择题

(1) 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 则线性无关的向量组是

- (A) $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_3 - \alpha_1, \alpha_2 - \alpha_3$.
(B) $\alpha_1 - \alpha_2, 2\alpha_2 + 3\alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3$.
(C) $\alpha_1 - \alpha_2, 2\alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$.
(D) $\alpha_1 + \alpha_2, 2\alpha_1 + 3\alpha_2, 5\alpha_1 + 8\alpha_2$.

 答题区

 纠错区

(2) 设 $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \\ a_1 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ a_2 \end{bmatrix}, \alpha_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 7 \\ a_3 \end{bmatrix}, \alpha_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a_4 \end{bmatrix}$, 其中 a_1, a_2, a_3, a_4 为任意实数, 则

- (A) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 必线性相关.
(B) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 必线性无关.
(C) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 必线性相关.
(D) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 必线性无关.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

- (3) 若 $r(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s) = r$ ($s > r$), 则
- (A) 向量组中任意 $r-1$ 个向量都线性无关.
 - (B) 向量组中任意 r 个向量都线性无关.
 - (C) 向量组中任意 $r+1$ 个向量都线性相关.
 - (D) 向量组中任意 r 个向量都线性相关.

 答题区

 纠错区

- (4) 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关的充分必要条件是
- (A) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任意 $s-1$ 个向量都线性无关.
 - (B) 存在向量 α_{s+1} 使向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s, \alpha_{s+1}$ 仍线性无关.
 - (C) 存在不全为 0 的一组数 $k_1, k_2, \dots, k_s$ 使 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_s\alpha_s \neq 0$.
 - (D) 任意不全为 0 的一组数 $k_1, k_2, \dots, k_s$ 恒有 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_s\alpha_s \neq 0$.

 答题区

 纠错区

三、解答题

- (1) 已知 n 维向量组 (I) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 与 (II) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s, \beta$ 有相同的秩, 证明 β 可以由 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性表出.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(2) 已知 n 维向量 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 非零且两两正交, 证明 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关.

 答题区

(3) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ 均是 3 维列向量, 且 α_1, α_2 线性无关, β_1, β_2 线性无关, 证明存在非零向量 γ , 使得 γ 既可由 α_1, α_2 线性表出也可由 β_1, β_2 线性表出.

当 $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \beta_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \beta_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 时, 求出所有的向量 γ .

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

一、学霸小结

自己总结本章所学的知识、方法与技巧，形成结构，既可巩固所学知识，又可培养独立思考分析问题的能力，养成学以致用的好习惯。

1.

2.

3.

4.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

5.

6.

7.

8.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

综合分析哪些题做得比较好,哪些题存在失误。对错题进行归类,有针对性地进行纠错。

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

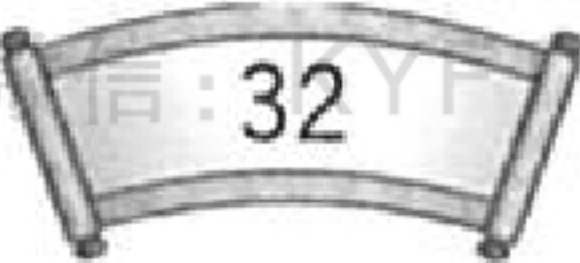
类型 2	缺失数学思维 方法运用不灵活
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



类型 3	审题不清 不能正确理解题意
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



类型 4	运算能力弱 表述不清
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

第四章 线性方程组

一、填空题

刷题纯享版，答案与提示见讲义正文

(1) 方程 $x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0$ 的通解是_____.

 答题区

 纠错区

(2) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2-a \\ 3-2a & 2-a & 1 \\ 2-a & 2-a & 1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ -1 \end{bmatrix}$, 若方程组 $Ax = b$ 有解且不唯一, 则 $a =$ _____.

 答题区

 纠错区

(3) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是 4 元非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的 3 个解向量, 且秩 $r(A) = 3$, 若 $\alpha_1 = (1, 2, 3, 4)^T$, $2\alpha_2 - 3\alpha_3 = (0, 1, -1, 0)^T$, 则方程组 $Ax = b$ 的通解是_____.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(4) 已知方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + 2x_2 + tx_3 = 0 \\ x_1 \quad \quad + x_3 = 0 \end{cases}$$

的系数矩阵是 A . 若 B 是 3 阶非零矩阵且 $AB = O$, 则 $B =$ _____.

 答题区

 纠错区

(5) 已知 A 是 3 阶矩阵, 且 $r(A^*) = 1$. 若 $\xi_1 = (-3, 2, 0)^T, \xi_2 = (1, 0, 2)^T$ 是方程组 $Ax = b$ 的 2 个解, 则方程组的通解是_____.

 答题区

 纠错区

二、选择题

(1) 设齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的一个基础解系是 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$, 则此方程组的基础解系还可以是

(A) $\eta_1 + \eta_2, \eta_2 + \eta_3, \eta_3 + \eta_4, \eta_4 + \eta_1$.

(B) $\eta_1 - \eta_2, \eta_2 - \eta_3, \eta_3 + \eta_4, \eta_4 + \eta_1$.

(C) $\eta_1, \eta_2 + \eta_3, \eta_1 + \eta_2 - \eta_3 + \eta_4$.

(D) $\eta_1 - \eta_2, \eta_2 - \eta_3, \eta_3 - \eta_4, \eta_4 + \eta_1$.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(2) 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, 秩 $r(A) = n - 2$, 若 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的三个线性无关的解, k_1, k_2 为任意常数, 则方程组的通解是

- (A) $k_1(\alpha_1 - \alpha_2) + k_2(\alpha_2 - \alpha_3)$.
 (B) $\alpha_1 + k_1(\alpha_2 + \alpha_3) + k_2(\alpha_1 + \alpha_3)$.
 (C) $\frac{1}{3}(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + k_1(\alpha_3 - \alpha_1) + k_2(\alpha_3 - \alpha_2)$.
 (D) $\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) + k_1(\alpha_2 - \alpha_3) + k_2(\alpha_3 - \alpha_2)$.

 答题区

 纠错区

(3) 设 A 是秩为 $n - 1$ 的 n 阶矩阵, α_1 与 α_2 是齐次方程组 $Ax = 0$ 的两个不同的解向量, 则 $Ax = 0$ 的通解必定是

- (A) $k(\alpha_1 + \alpha_2)$. (B) $k(\alpha_1 - \alpha_2)$. (C) $k\alpha_1$. (D) $\alpha_1 - \alpha_2$.

 答题区

 纠错区

三、解答题

(1) 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, 求与矩阵 A 可交换的矩阵.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(2) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & a & a \\ 1 & a & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 若齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的基础解系有 2 个线性无关

的解向量, 试求方程组 $Ax = 0$ 的通解.

 答题区

(3) 设线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 + ax_3 - ax_4 = -1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3, \end{cases}$$
 问 a 为何值时方程组有解? 并在有解时求

其所有的解.

 答题区

(4) 设 $A = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4]$ 是 4 阶矩阵, 方程组 $Ax = b$ 的通解是 $(2, 1, 0, 1)^T + k(1, -1, 2, 0)^T$. 证明: α_4 不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出, 但 α_4 可由 α_1, α_2, b 线性表出并写出表达式.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

一、学霸小结

自己总结本章所学的知识、方法与技巧,形成结构,既可巩固所学知识,又可培养独立思考分析问题的能力,养成学以致用的好习惯。

1.

2.

3.

4.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



5.

6.

7.

8.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

综合分析哪些题做得比较好,哪些题存在失误。对错题进行归类,有针对性地进行纠错。

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

类型 2	缺失数学思维 方法运用不灵活
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

类型 3	审题不清 不能正确理解题意
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

类型 4	运算能力弱 表述不清
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

第五章 特征值与特征向量

一、填空题

刷题纯享版，答案与提示见讲义正文

(1) 若 1 是矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & a & 3 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ 的特征值，则 $a =$ _____.

 答题区

 纠错区

(2) 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 3 & a \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ 只有一个线性无关的特征向量，则 $a =$ _____.

 答题区

 纠错区

(3) A 是 4 阶矩阵，伴随矩阵 A^* 的特征值是 1, -2, -4, 8, 则矩阵 A 的特征值是 _____.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(4) 已知 $\alpha = (1, a, 1)^T$ 是 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ 的特征向量, 则 $a =$ _____.

 答题区

 纠错区

二、选择题

(1) 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 的三个特征值是

(A) 1, 4, 0.

(B) 2, 3, 0.

(C) 2, 4, 0.

(D) 2, 4, -1.

 答题区

 纠错区

(2) 设 A 是 3 阶不可逆矩阵, α_1, α_2 是 $Ax = 0$ 的基础解系, α_3 是 A 属于特征值 $\lambda = 1$ 的特征向量, 则下列不是 A 的特征向量的是

(A) $\alpha_1 + 3\alpha_2$.

(B) $5\alpha_3$.

(C) $\alpha_1 - \alpha_2$.

(D) $\alpha_2 - \alpha_3$.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(3) 与矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ 不相似的矩阵是

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

 答题区

 纠错区

(4) 不能相似对角化的矩阵是

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

 答题区

 纠错区

三、解答题

(1) 已知 A 是 3 阶实对称矩阵, 特征值是 $1, 1, -2$, 其中属于 $\lambda = -2$ 的特征向量是 $\alpha = (1, 0, 1)^T$, 求 A^3 .

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(2) 已知 $\lambda = 2$ 是矩阵 $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & a \\ 2 & a & a+2 \end{bmatrix}$ 的二重特征值, 求 a 的值并求正交矩阵 Q 使

$$Q^{-1}AQ = \Lambda.$$

 答题区

(3) 设 α_1, α_2 是矩阵 A 属于不同特征值的特征向量, 证明 $\alpha_1 + \alpha_2$ 不是矩阵 A 的特征向量.

 答题区

(4) 设 A 是 n 阶矩阵, $A \neq O$ 但 $A^3 = O$, 证明 A 不能相似对角化.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

一、学霸小结

自己总结本章所学的知识、方法与技巧，形成结构，既可巩固所学知识，又可培养独立思考分析问题的能力，养成学以致用的好习惯。

1.

2.

3.

4.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



5.

6.

7.

8.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

二、错题分类

综合分析哪些题做得比较好,哪些题存在失误。对错题进行归类,有针对性地进行纠错。

类型 1	概念模糊 知识不清 未能掌握
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

类型 2	缺失数学思维 方法运用不灵活
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



类型 4	运算能力弱 表述不清
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

第六章 二次型

一、填空题

刷题纯享版，答案与提示见讲义正文

(1) 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 6x_2x_3$ 的秩 $r(f) = \underline{\hspace{2cm}}$.

 答题区

 纠错区

(2) 二次型 $f = x_1^2 - x_2x_3$ 的规范形是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

 答题区

 纠错区

(3) 二次型 $5x_1^2 + x_2^2 + tx_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$ 正定，则 $t \underline{\hspace{2cm}}$.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(4) 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 若 $A + kE$ 是正定矩阵, 则 k _____.

 答题区

 纠错区

二、选择题

(1) 与矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ 合同的矩阵是

(A) $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & 0 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -1 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix} -1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{bmatrix}$.

 答题区

 纠错区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(2) 对于 n 元二次型 $x^T Ax$, 下述结论中正确的是

- (A) 化 $x^T Ax$ 为标准形的坐标变换是唯一的. (B) 化 $x^T Ax$ 为规范形的坐标变换是唯一的.
(C) $x^T Ax$ 的标准形是唯一的. (D) $x^T Ax$ 的规范形是唯一的.

 答题区

 纠错区

(3) n 元二次型 $x^T Ax$ 正定的充分必要条件是

- (A) 存在正交矩阵 P , $P^T AP = E$.
(B) 负惯性指数为零.
(C) A 与单位矩阵合同.
(D) 存在 n 阶矩阵 C , 使 $A = C^T C$.

 答题区

 纠错区

三、解答题

(1) 已知二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 5x_2^2 + cx_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3$$

的秩为 2, 求 c , 并用正交变换把 f 化成标准形, 写出相应的正交矩阵.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(2) 已知 A 是 n 阶正定矩阵, 证明 A 的伴随矩阵 A^* 是正定矩阵.

 答题区

(3) 设二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 - x_2^2 + ax_3^2 + 2x_1x_2 - 8x_1x_3 + 2x_2x_3$$

在正交变换 $x = Qy$ 下的标准形为 $\lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2$, 求 a 的值及一个正交矩阵 Q .

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

一、学霸小结

自己总结本章所学的知识、方法与技巧，形成结构，既可巩固所学知识，又可培养独立思考分析问题的能力，养成学以致用的好习惯。

1.

2.

3.

4.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



5.

6.

7.

8.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

综合分析哪些题做得比较好,哪些题存在失误。对错题进行归类,有针对性地进行纠错。

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



类型 2	缺失数学思维 方法运用不灵活
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园



类型 3	审题不清 不能正确理解题意
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

类型 4	运算能力弱 表述不清
题目序号 或页码	纠错与分析
题目序号 或页码	纠错与分析

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

附录 45 分钟水平测试

自测(一)

1. 若向量组 $\alpha_1 = (4, -1, 3, -2)^T, \alpha_2 = (8, -2, a, -4)^T, \alpha_3 = (3, -1, 4, -2)^T, \alpha_4 = (a, -2, 8, -4)^T$ 的秩为 2, 则 $a =$ _____.

 答题区

2. 已知 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, E 是 4 阶单位矩阵, 则 $(E + A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5)^{-1} =$ _____.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

3. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ 的特征值是

(A) 1, 1, 2.

(B) -1, 1, 2.

(C) 0, 1, 3.

(D) 1, 2, 2.

 答题区

4. $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ c_1 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ c_2 \end{bmatrix}, \alpha_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ c_3 \end{bmatrix}, \alpha_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ c_4 \end{bmatrix}$, 任意的 $c_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 总有

(A) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关.

(B) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关.

(C) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关.

(D) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

5. 已知 $\beta = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ 可由 $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{bmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ b \end{bmatrix}$ 线性表出, 求 a, b 的值, 并当 β 表示

法不唯一时写出 β 的表达式.

 答题区

6. 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ a & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 有三个线性无关的特征向量, 求 a 的值, 并求 A^{10} .

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

自测(二)

1. 设矩阵 A 是秩为 2 的 4 阶矩阵, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是方程组 $Ax = b$ 的 3 个解, 其中 $\alpha_1 + \alpha_2 = (2, 1, -8, 10)^T$, $2\alpha_2 - \alpha_3 = (2, 0, -24, 29)^T$, $\alpha_2 + \alpha_3 = (1, 0, -3, 4)^T$, 则方程组 $Ax = b$ 的通解是_____.

 答题区

2. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, 矩阵 B 满足 $A^*BA - 2A^*B = 4E$, 其中 A^* 是 A 的伴随矩阵, E

是 3 阶单位矩阵, 则矩阵 $B =$ _____.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

3. 已知 n 维向量 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{s-1}$. 如果秩 $r(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{s-1}) = r(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{s-1})$, 则必有

(A) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性相关.

(B) $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{s-1}$ 线性相关.

(C) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关.

(D) $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{s-1}$ 线性无关.

 答题区

4. 设 A 是 3 阶实对称矩阵, 特征值是 0, 1, 2, 若 $B = A^3 - 3A^2 + 2E$, 则与 B 相似的矩阵是

(A) $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & 3 & \\ & & -1 \end{bmatrix}$. (B) $\begin{bmatrix} 2 & & \\ & 0 & \\ & & -2 \end{bmatrix}$. (C) $\begin{bmatrix} 0 & & \\ & 1 & \\ & & 2 \end{bmatrix}$. (D) $\begin{bmatrix} 2 & & \\ & 2 & \\ & & 6 \end{bmatrix}$.

 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

5. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -4 & 5 & 1 \\ 4 & 0 & a \end{bmatrix}$ 与 $B = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 5 & \\ & & b \end{bmatrix}$ 相似, 求 a, b 的值, 并求可逆矩阵 P 使 $P^{-1}AP = B$.

② 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

6. 已知二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + 9x_3^2 - 2x_1x_2 + 6x_1x_3 - 6x_2x_3,$$

(1) 求正交变换化二次型为标准形;

(2) 判断此二次型是否正定.

④ 答题区

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

扫码咨询助教



李永乐独家直播

领学班 vs 全程班

特色内容			领学班	全程班
班级人数			300人中班	2000人大班
课时数（50分钟）			322课时	191课时
课程内容	起步阶段	导学	✓	✓
	衔接阶段	大学数学教材章节同步课	✓	✓
	基础阶段	基础知识精讲	✓	✓
		基础知识配套习题精讲	✓	
	全面复习阶段	数学复习全书精选课	✓	
	强化阶段	强化专项提升精讲	✓	✓
		强化专项配套习题精讲	✓	
		高等数学19堂课：专题突破	✓	
		历年真题（2009—2022）精讲	✓	
	冲刺串讲	冲刺串讲	✓	✓
测试	模考测评解析	模考测评解析	✓	
	阶段测试	阶段测试	2次	2次
		模拟测试	3次	
答疑	小程序答疑		✓	✓
	社群答疑		8小时（周一至周六）	2小时（周一至周五）
赠送纸质图书	考研数学复习全书·基础篇		✓	✓
	数学基础过关660题		✓	
	数学复习全书		✓	
	高等数学辅导讲义		✓	✓
	线性代数辅导讲义		✓	✓
	概率论与数理统计辅导讲义		✓	✓
	数学强化通关330题		✓	
	数学历年真题全精解析		✓	
	独家研发讲义		✓	✓

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

书名	上市时间	适用阶段
数学公式的奥秘	2021年3月	全程复习
数学复习全书·基础篇	2021年8月	夯实基础
数学基础过关660题	2021年8月	夯实基础
数学历年真题全精解析·基础篇	2021年8月	夯实基础
数学复习全书·提高篇	2021年12月	全程复习
数学历年真题全精解析·提高篇	2022年1月	全程复习
高等数学辅导讲义	2022年2月	专项强化
 线性代数辅导讲义	2022年2月	专项强化
概率论与数理统计辅导讲义	2022年2月	专项强化
数学强化通关330题	2022年3月	强化提高
数学决胜冲刺6套卷	2022年10月	冲刺预测
数学临阵磨枪	2022年10月	冲刺预测



金榜时代考研微信
考研资讯每日发布



金榜时代考研官方微博
考研福利天天有



扫码下载考研人专属APP
获取更多考研资料以及课程



赠送本