



年轻人
不讲武德

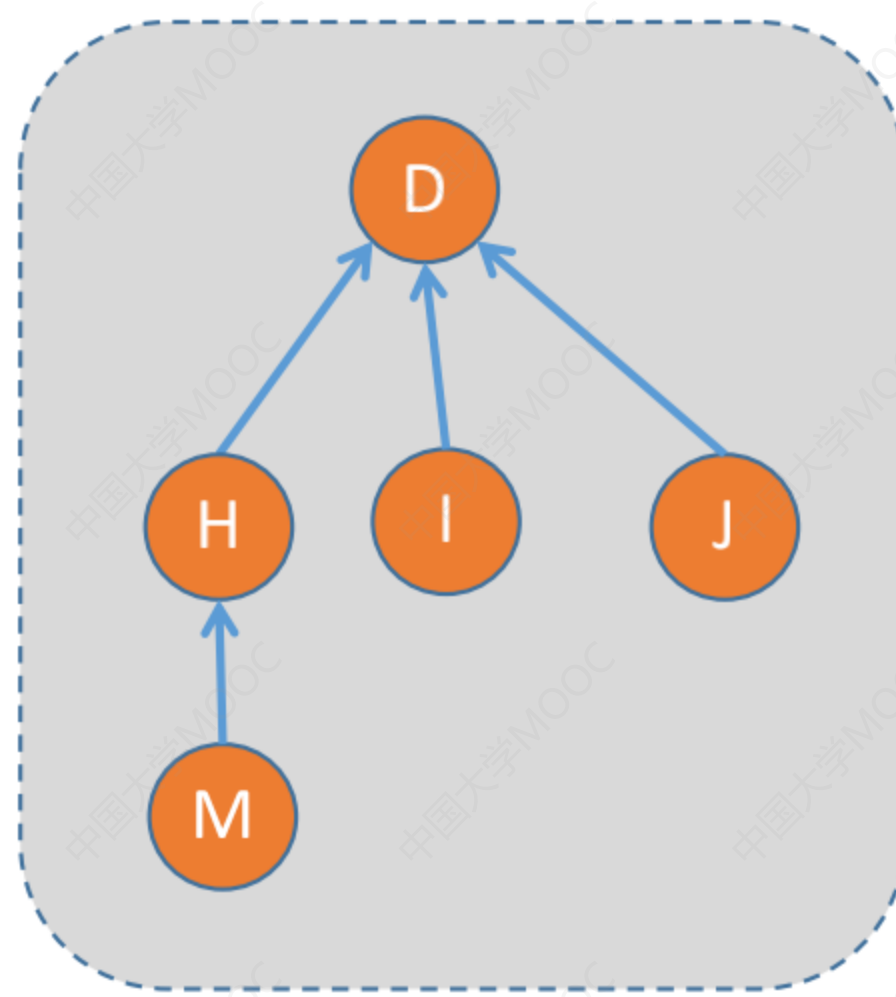
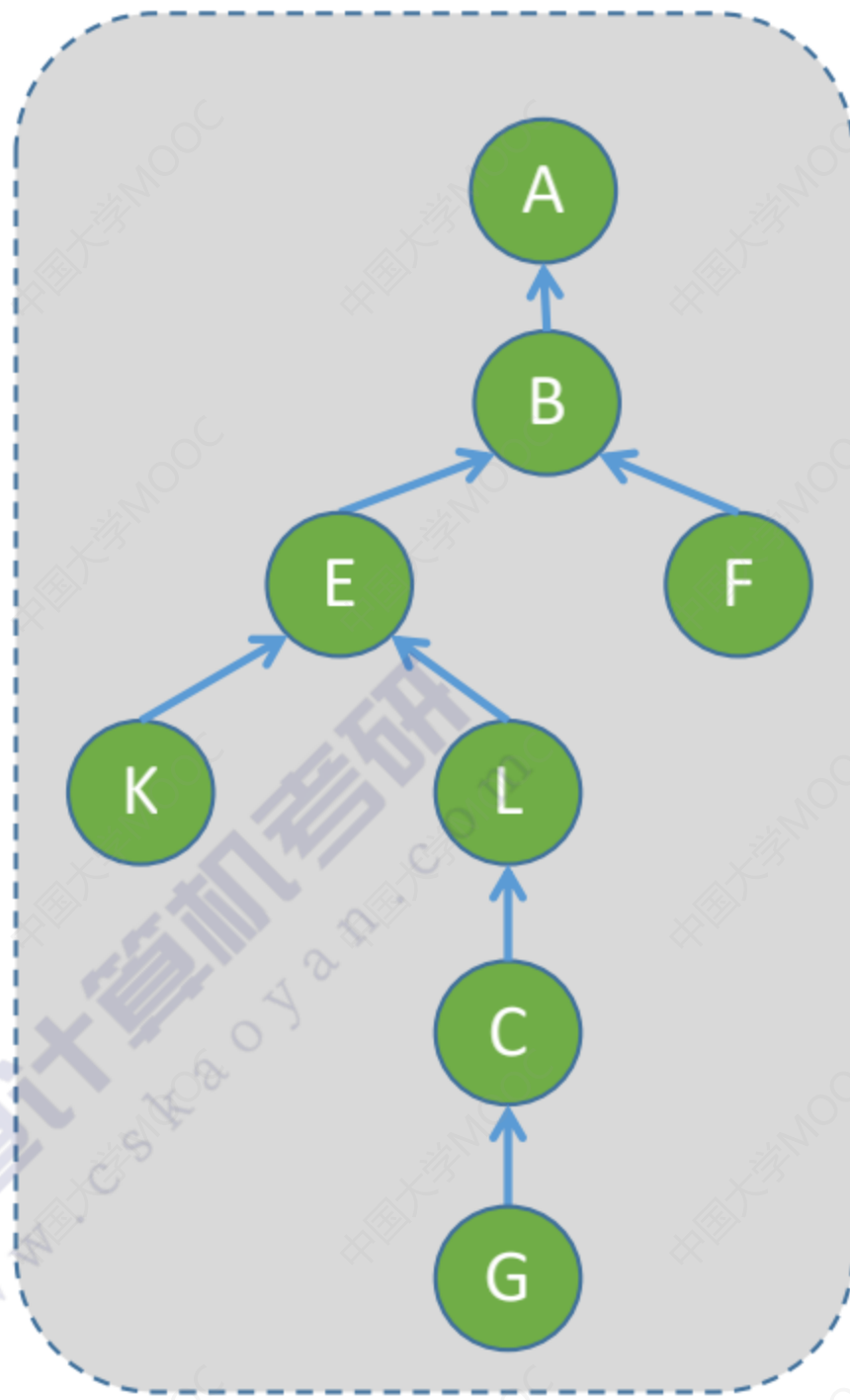
本节内容

补充：并查集的终极优化

王道考研/CSKAOYAN.COM

1

拓展：Find 操作的优化（压缩路径）



```
//Find “查”操作，找x所属集合（返回x所属根结点）
int Find(int S[],int x){
    while(S[x]>=0) //循环寻找x的根
        x=S[x];
    return x; //根的s[]小于0
}
```

压缩路径——Find 操作，先找到根节点，再将查找路径上所有结点都挂到根结点下

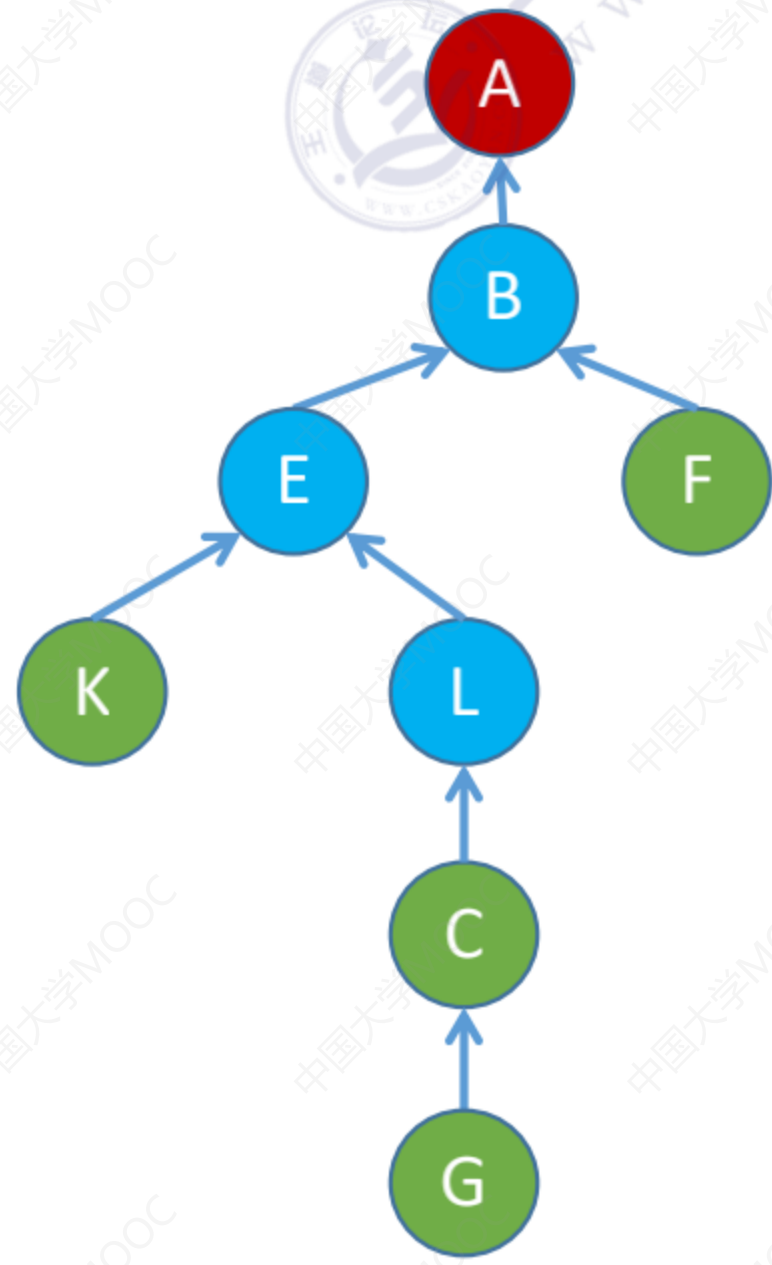
数据元素	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
数组下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S[]	-8	0	11	-5	1	1	2	3	3	3	4	4	7

Eg: Find(S[], 11) //查找结点L所属集合

王道考研/CSKAOYAN.COM

2

拓展：Find 操作的优化（压缩路径）



压缩路径——Find 操作，先找到根节点，再将查找路径上所有结点都挂到根结点下

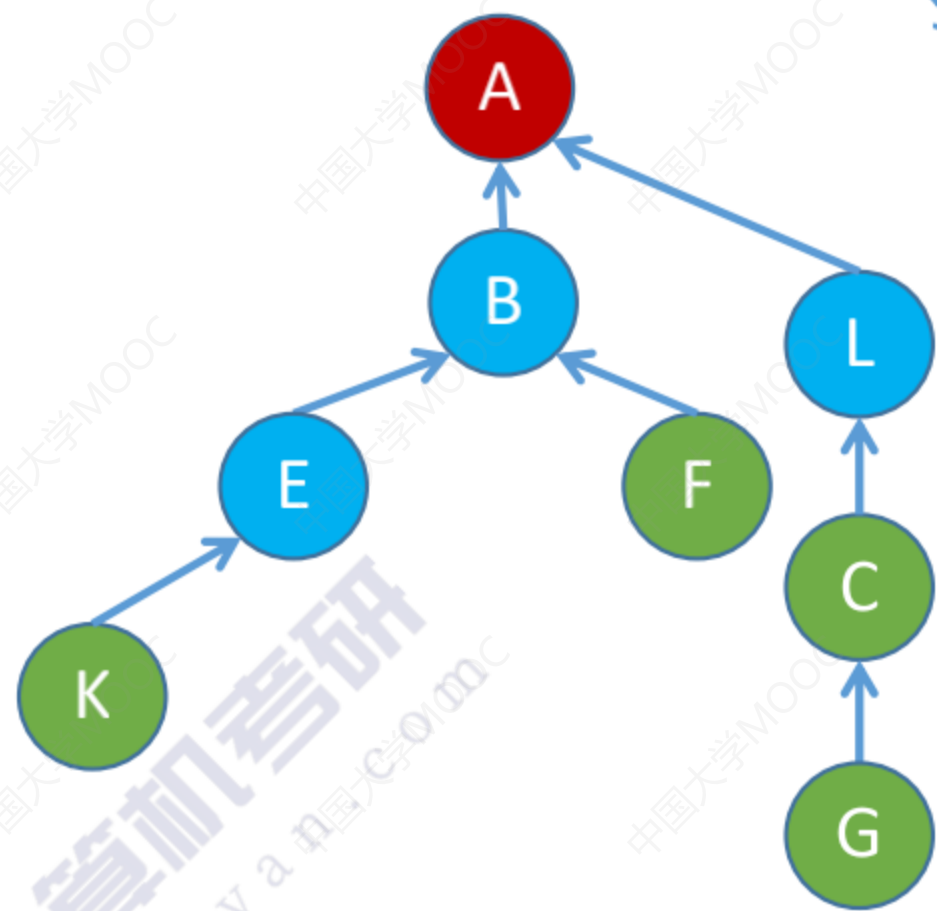
数据元素	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
数组下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S[]	-8	0	11	-5	1	1	2	3	3	3	4	4	7

Eg: Find(S[], 11) //查找结点L所属集合

王道考研/CSKAOYAN.COM

3

拓展：Find 操作的优化（压缩路径）



压缩路径——Find 操作，先找到根节点，再将查找路径上所有结点都挂到根结点下

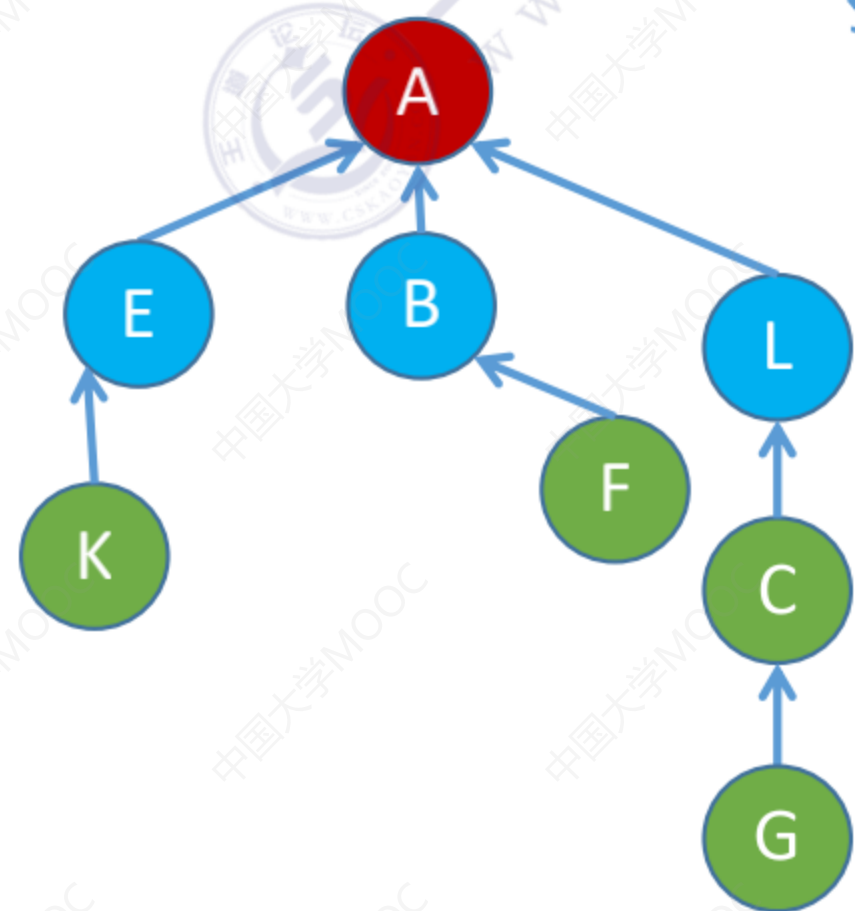
数据元素	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
数组下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S[]	-8	0	11	-5	1	1	2	3	3	3	4	0	7

Eg: Find(S[], 11) //查找结点L所属集合

王道考研/CSKAOYAN.COM

4

拓展: Find 操作的优化 (压缩路径)



压缩路径——Find 操作, 先找到根节点, 再将查找路径上所有结点都挂到根结点下

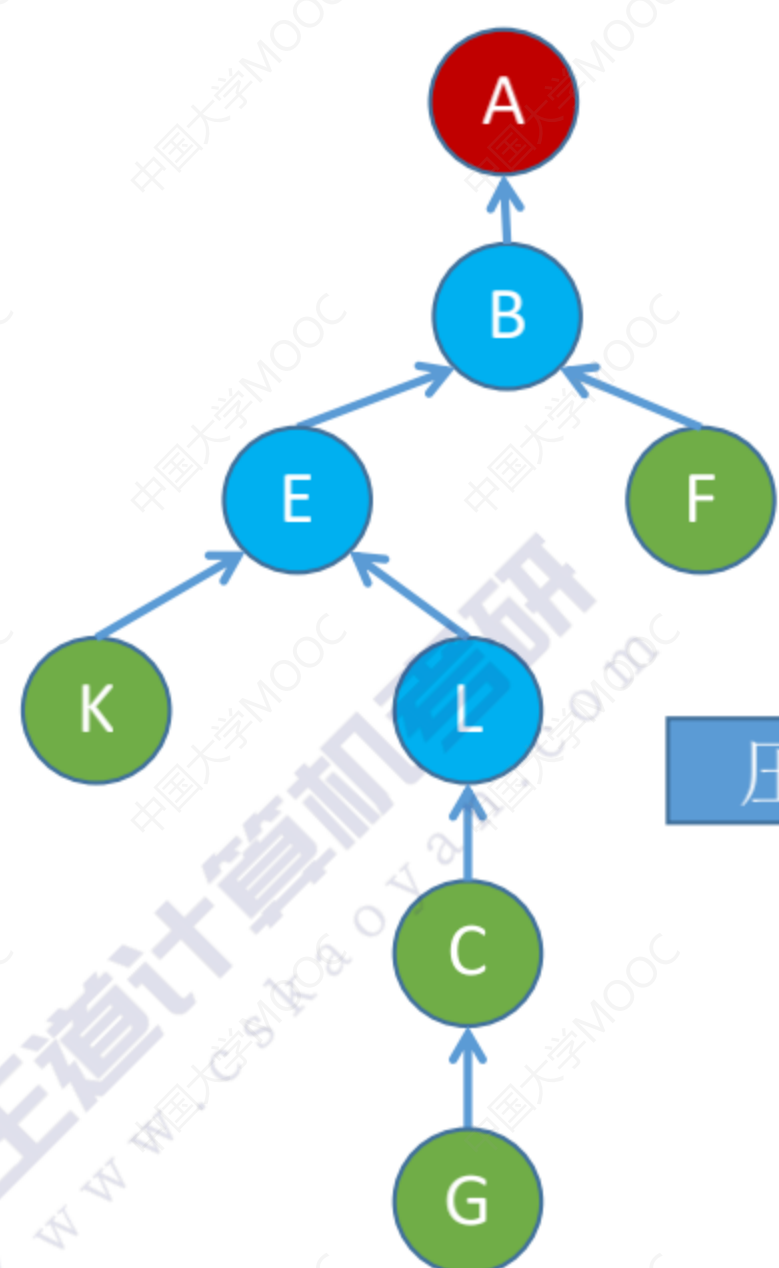
数据元素	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
数组下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S[]	-8	0	11	-5	0	1	2	3	3	3	4	0	7

Eg: Find(S[], 11) //查找结点L所属集合

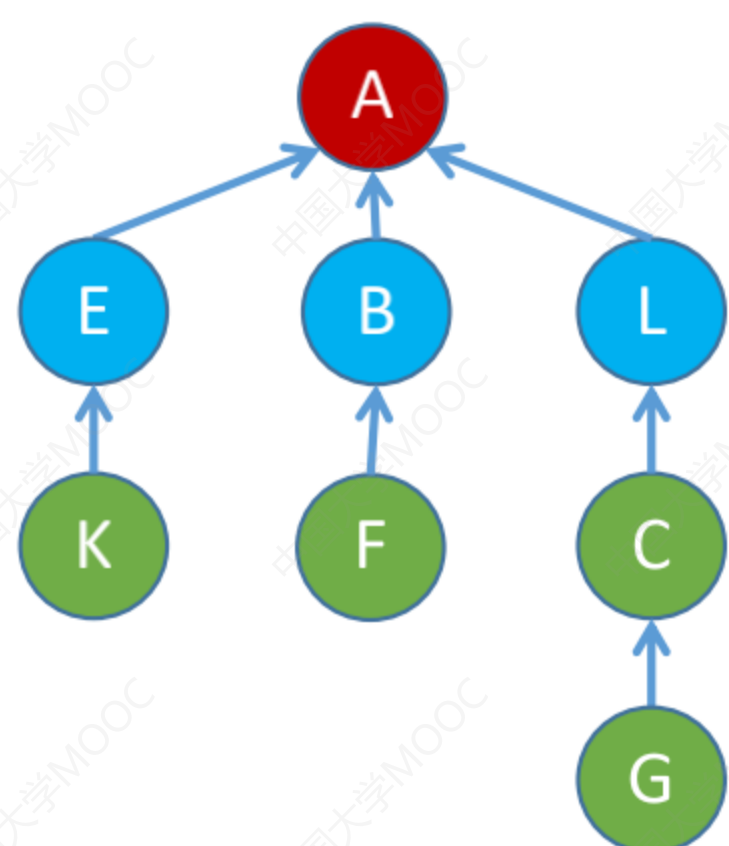
王道考研/CSKAOYAN.COM

5

拓展: Find 操作的优化 (压缩路径)



压缩路径



```
//Find "查"操作优化, 先找到根节点, 再进行"压缩路径"
int Find(int S[],int x){
    int root = x;
    while(S[root]>=0) root=S[root]; //循环找到根
    while(x!=root){ //压缩路径
        int t=S[x]; //t指向x的父节点
        S[x]=root; //x直接挂到根节点下
        x=t;
    }
    return root; //返回根节点编号
}
```

压缩路径——Find 操作, 先找到根节点, 再将查找路径上所有结点都挂到根结点下

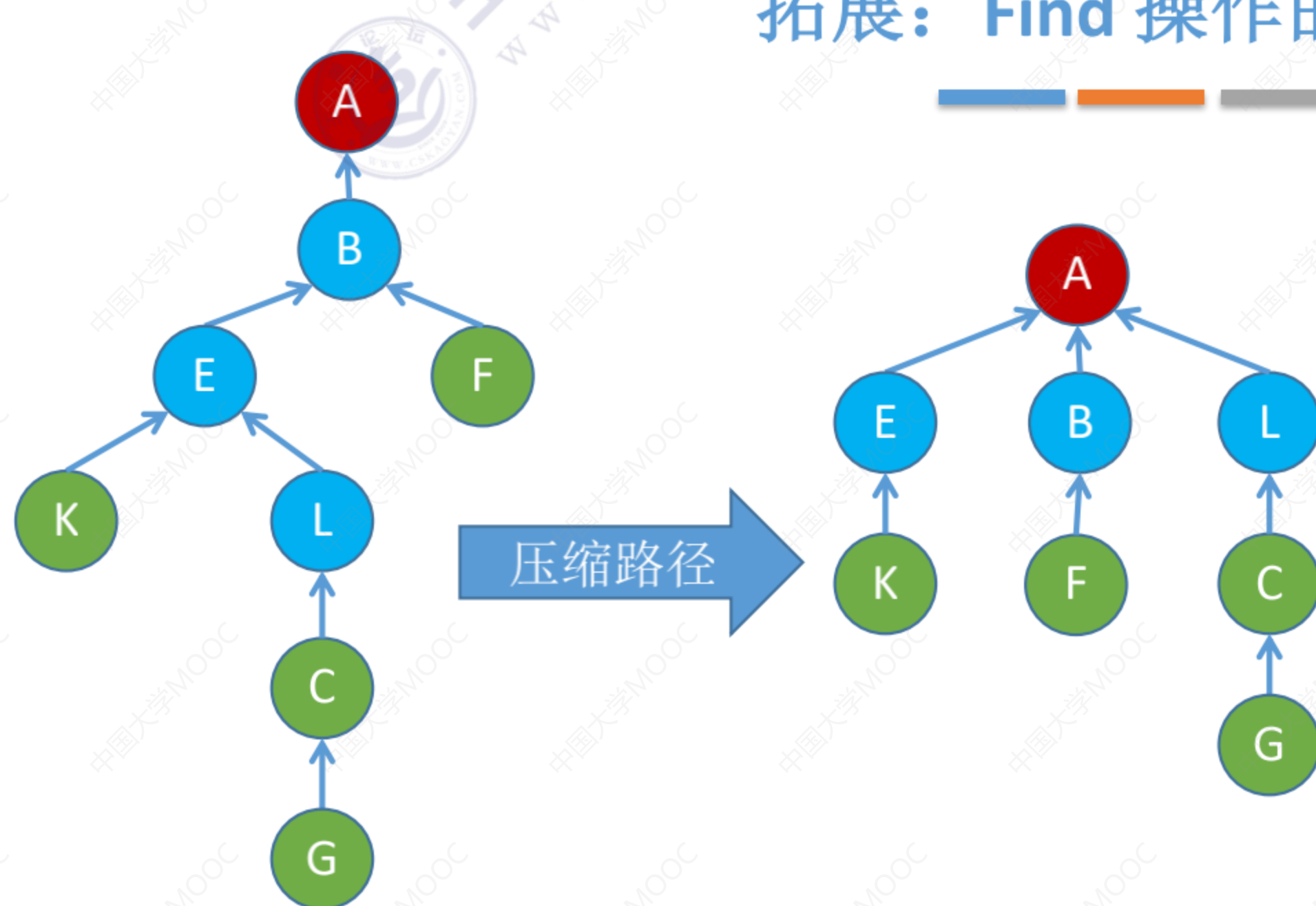
数据元素	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
数组下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S[]	-8	0	11	-5	0	1	2	3	3	3	4	0	7

Eg: Find(S[], 11) //查找结点L所属集合

王道考研/CSKAOYAN.COM

6

拓展：Find 操作的优化（压缩路径）



```
//Find “查”操作优化，先找到根节点，再进行“压缩路径”
int Find(int S[],int x){
    int root = x;
    while(S[root]>=0) root=S[root]; //循环找到根
    while(x!=root){ //压缩路径
        int t=S[x]; //t指向x的父节点
        S[x]=root; //x直接挂到根节点下
        x=t;
    }
    return root; //返回根节点编号
}
```

压缩路径——Find 操作，先找到根节点，再将查找路径上所有结点都挂到根节点下

每次 Find 操作，先找根，再“压缩路径”，可使树的高度不超过 $O(\alpha(n))$ 。 $\alpha(n)$ 是一个增长很缓慢的函数，对于常见的 n 值，通常 $\alpha(n) \leq 4$ ，因此优化后并查集的 Find、Union 操作时间开销都很低

王道考研/CSKAOYAN.COM

7

并查集的优化

```
#define SIZE 13
int UFsets[SIZE]; //集合元素数组

//初始化并查集
void Initial(int S[]){
    for(int i=0;i<SIZE;i++){
        S[i]=-1;
    }
}
```

```
//Find “查”操作，找x所属集合（返回x所属根结点）
int Find(int S[],int x){
    while(S[x]>=0) //循环寻找x的根
        x=S[x];
    return x; //根的s[]小于0
}
```

```
//Union “并”操作，将两个集合合并为一个
void Union(int S[],int Root1,int Root2){
    //要求Root1与Root2是不同的集合
    if(Root1==Root2) return;
    //将根Root2连接到另一根Root1下面
    S[Root2]=Root1;
}
```

核心思想：尽可能让树变矮

Find优化
(压缩路径)

Union优化

```
//Find “查”操作优化，先找到根节点，再进行“压缩路径”
int Find(int S[],int x){
    int root = x;
    while(S[root]>=0) root=S[root]; //循环找到根
    while(x!=root){ //压缩路径
        int t=S[x]; //t指向x的父节点
        S[x]=root; //x直接挂到根节点下
        x=t;
    }
    return root; //返回根节点编号
}
```

```
//Union “并”操作，小树合并到大树
void Union(int S[],int Root1,int Root2){
    if(Root1==Root2) return;
    if(S[Root2]>S[Root1]) { //Root2结点数更少
        S[Root1] += S[Root2]; //累加结点总数
        S[Root2]=Root1; //小树合并到大树
    } else {
        S[Root2] += S[Root1]; //累加结点总数
        S[Root1]=Root2; //小树合并到大树
    }
}
```

8

并查集的优化

用数组、双亲表示法来描述元素之间的集合关系。根节点为 -1，非根节点指向父节点下标。

Find (int S[], x) —— 找到x所属集合
 Union(int S[], int x, int y) —— 将x、y所属集合合并

最坏时间复杂度:

Find 操作 = 最坏树高 = $O(n)$

将n个独立元素通过多次Union合并为一个集合—— $O(n^2)$

Union
优化

用根节点的负值表示一棵树的结点总数

每次 Union 操作让小树合并到大树根节点下面

最坏时间复杂度:

Find 操作=最坏树高= $O(\log_2 n)$

将n个独立元素通过多次Union合并为一个集合—— $O(n \log_2 n)$

Find
优化

“压缩路径”的策略，每次 Find 操作先找到 x 所属根节点，再将查找路径上的所有结点都直接挂在根节点下面

最坏时间复杂度:

Find 操作=最坏树高= $O(\alpha(n))$

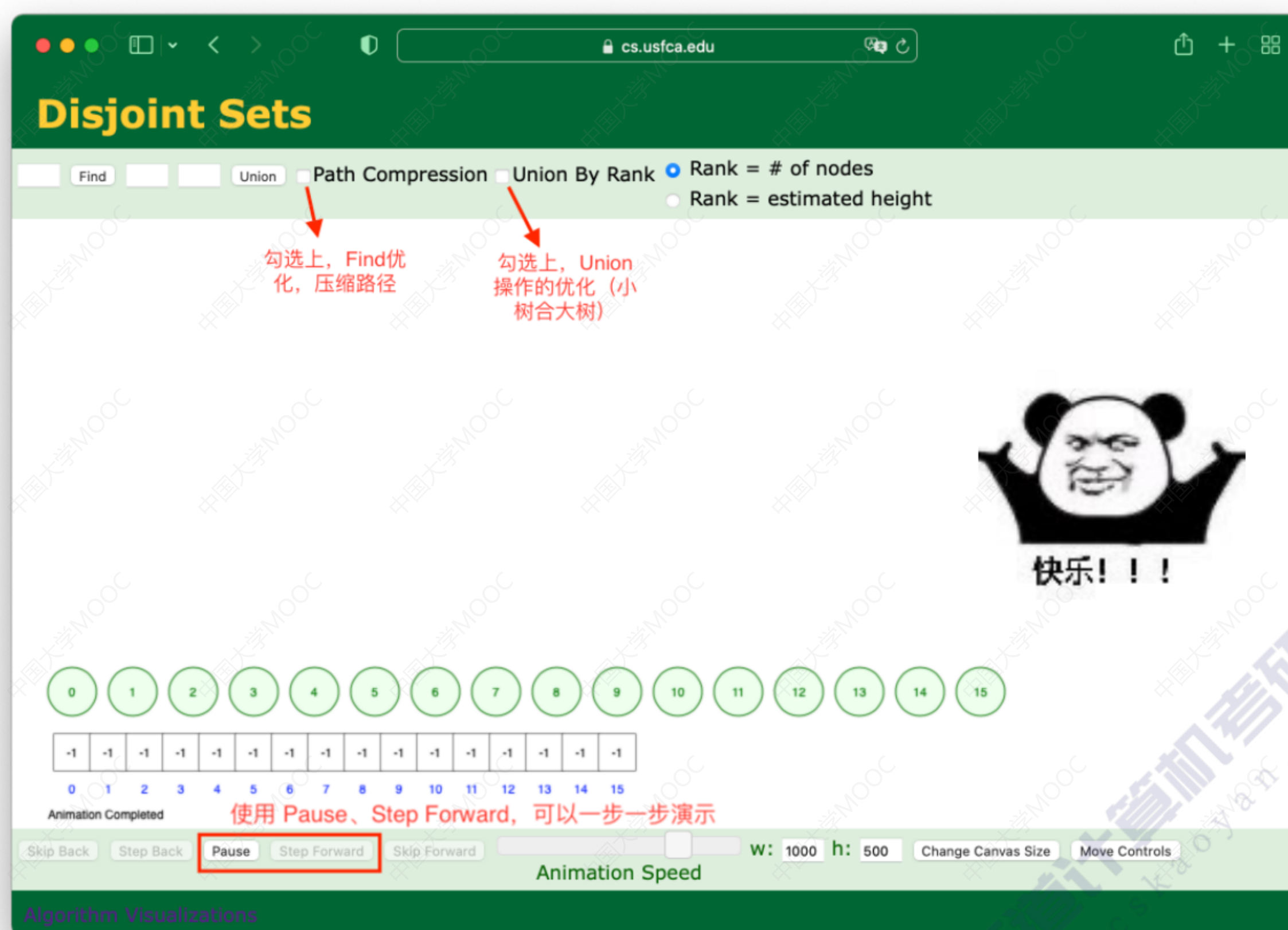
将n个独立元素通过多次Union合并为一个集合—— $O(n \alpha(n))$

王道考研/CSKAOYAN.COM

9

408快乐站

点开链接玩一玩: <https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/DisjointSets.html>



王道考研/CSKAOYAN.COM

10

玩玩各种算法: <https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/Algorithms.html>

The screenshot shows a web browser window with the URL <https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/Algorithms.html>. The page content is a list of algorithms categorized into several groups. Red arrows point from the English text to Chinese annotations. The categories and their contents are:

- Indexing**
 - N-Queens Problem
 - Binary and Linear Search (of sorted list)
 - Binary Search Trees → 二叉查找树BST → 二分查找和顺序查找
 - AVL Trees (Balanced binary search trees) → 平衡二叉树AVL
 - Red-Black Trees → 红黑树
 - Splay Trees
 - Open Hash Tables (Closed Addressing) → 散列表 (拉链法解决冲突)
 - Closed Hash Tables (Open Addressing) → 散列表 (开放定址法解决冲突)
 - Closed Hash Tables, using buckets
 - Trie (Prefix Tree, 26-ary Tree)
 - Radix Tree (Compact Trie)
 - Ternary Search Tree (Trie with BST of children)
 - B-Trees → B树、B+树 (注: 心中有B树就行, 408不要求掌握B+树的插入删除)
 - B+ Trees
- Sorting**
 - Comparison Sorting
 - Bubble Sort → 冒泡排序
 - Selection Sort → 选择排序
 - Insertion Sort → 插入排序
 - Shell Sort → 希尔排序
 - Merge Sort → 归并排序
 - Quick Sort → 快速排序
 - Bucket Sort → 快速排序
 - Counting Sort
 - Radix Sort → 基数排序 (该网站实现方式和教材中讲授方式不同)
 - Heap Sort → 堆排序
- Heap-like Data Structures**
 - Heaps
 - Binomial Queues
 - Fibonacci Heaps
 - Leftist Heaps
 - Skew Heaps
- Graph Algorithms**
 - Breadth-First Search → 图的广度优先遍历
 - Depth-First Search → 图的深度优先遍历
 - Connected Components
 - Dijkstra's Shortest Path → 迪杰斯特拉算法
 - Prim's Minimum Cost Spanning Tree → Prim算法求MST
 - Topological Sort (Using Indegree array) → 拓扑排序算法
 - Topological Sort (Using DFS)
 - Floyd-Warshall (all pairs shortest paths) → Floyd算法
 - Kruskal Minimum Cost Spanning Tree Algorithm → Kruskal算法
- Dynamic Programming**
 - Calculating nth Fibonacci number
 - Making Change
 - Longest Common Subsequence
- Geometric Algorithms**
 - 2D Rotation and Scale Matrices
 - 2D Rotation and Translation Matrices
 - 2D Changing Coordinate Systems
 - 3D Rotation and Scale Matrices
 - 3D Changing Coordinate Systems
- Others ...**
 - Disjoint Sets → 并查集
 - Huffman Coding (available in java version)



王道考研/CSKAOYAN.COM